Sobre trabalho e variação de energia cinética

Revendo recentemente minhas postagens de mecânica clássica, notei um detalhe na postagem Energia, momentum e momentum angular que é digno de nota. Lá, fiz uso da segunda lei de Newton e demonstrei o teorema que enuncia ser o trabalho da força aplicada a uma partícula de massa m, entre os pontos A e B, igual à variação de energia cinética entre esses pontos. Abordando esse mesmo tópico em aula, percebi que é necessário deixar explícito que esse teorema só vale para a força resultante sobre a partícula, mas não vale para uma das diversas forças que podem estar, simultaneamente, atuando sobre a partícula. É que a segunda lei de Newton vale para a resultante das forças! Quando escrevemos:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}, \qquad (1)$$

o vetor $\mathbf{F}$ é para ser entendido como a força total atuando sobre o corpo ao qual estamos aplicando a segunda lei de Newton.

Vamos analisar um exemplo. Para uma partícula de massa m sobre a superfície de uma mesa com atrito, podemos aplicar, com a mão, uma força variável que move a partícula desde $x = 0$ até $x = \Delta x > 0$, ao longo de uma linha reta, com velocidades inicial e final iguais a zero. A força resultante sobre a partícula é dada por:

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}(t) + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_N + \mathbf{F}_P, \qquad (2)$$

onde $\mathbf{f}(t)$ é a força, dependente do tempo, exercida pela mão que empurra a partícula, $\mathbf{F}_A$ é a força de atrito dinâmico, $\mathbf{F}_P$ é força peso e $\mathbf{F}_N$ é a força normal. O peso cancela a normal em cada ponto do movimento e, portanto, efetivamente, a Eq. (2) fica:

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}(t) + \mathbf{F}_A. \qquad (3)$$

Veja que o trabalho da força de atrito pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{F}_A dx &= \int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot [\mathbf{F} - \mathbf{f}(t)]\, dx \\ &= \int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{F} dx - \int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(t)\, dx, \qquad (4) \end{aligned}$$

onde usamos a Eq. (3).

Ora, já sabemos, da postagem Energia, momentum e momentum angular, que o trabalho da força total, $\mathbf{F}$, é igual à variação da energia cinética no trecho desde $x = 0$ até $x = \Delta x > 0$. No presente exemplo, a variação da energia cinética é nula, pois, propositalmente, movemos a partícula, com a mão, de forma a começar e terminar seu trajeto com velocidade nula. Então, sabendo tudo isso, agora podemos escrever a Eq. (4) assim:

$$\int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{F}_A dx = -\int_0^{\Delta x} \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(t)\, dx. \qquad (5)$$

Em outras palavras, para fazer esse movimento sem variar a energia cinética, devemos aplicar a força com a mão de tal forma a igualar o trabalho de nossa força com aquele exercido pela força de atrito. Isso nós fazemos aumentando a força $\mathbf{f}(t)$ até vencermos o atrito estático e continuarmos com a força constante até um ponto próximo a $x = \Delta x$, quando então diminuímos a intensidade de $\mathbf{f}(t)$ até abaixo da máxima força de atrito estático. Lembre-se que existe um valor máximo de força aplicada sobre a partícula em contato com a mesa até ela começar a se mover, quando a força de atrito dinâmico, $\mathbf{F}_A$, passa a atuar. Durante a atuação da força de atrito estático, por não haver movimento, não há trabalho executado, nem pela força de atrito estático, nem pela força $\mathbf{f}(t)$. Mais detalhadamente, é assim: a mão começa a fazer força a partir da intensidade nula e vai fazendo cada vez mais força, mas nenhum movimento acontece até que a mão faça uma força um pouquinho maior do que a intensidade máxima da força de atrito estático. Enquanto a partícula não se mover, não haverá trabalho realizado pela força da mão. Logo depois disso, a força de atrito dinâmico é menor do que a força de atrito estático máxima e, portanto, a força da mão ganha da força de atrito dinâmico e começa a acelerar a partícula. Então, a mão pode começar a diminuir a força aplicada até que a velocidade da partícula fique constante durante a maior parte do trajeto. Perto do final, a mão começa a diminuir a intensidade da força aplicada e a partícula começa a desacelerar até, finalmente, parar, quando a força exercida pela mão fica menor do que a máxima intensidade da força de atrito estático. A partir desse instante, a mão pode ir relaxando até não mais produzir força alguma sobre a partícula e, durante esse relaxamento, em que a partícula está parada, não há trabalho realizado pela força da mão. Um site interessante para ver o perfil da força de atrito é o seguinte: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/frict2.html.