As equações de Maxwell para meios não condutores, lineares, homogêneos e isotrópicos

Mesmo no caso não estático, quando os campos e as fontes podem depender do tempo, ainda assim as equações de Maxwell macroscópicas podem ser escritas como

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

e

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

onde

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$$

e

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}.$$

Aqui, é claro, $\mathbf{P}$ é a polarização e $\mathbf{M}$ é a magnetização. Para um meio não condutor, linear, homogêneo e isotrópico,

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E}$$

e

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H},$$

onde χ_e e χ_m são as susceptibilidades elétrica e magnética, respectivamente. O meio é não condutor porque, mesmo havendo campo elétrico aplicado ao meio, não há corrente livre. O meio é linear porque a polarização e a magnetização dependem linearmente dos campos elétrico e intensidade magnética, respectivamente. O meio é homogêneo porque as susceptibilidades não dependem da posição no meio. Como as direções da polarização e da magnetização induzidas são paralelas, respectivamente, aos campos elétrico e intensidade magnética, o meio é dito isotrópico; será dito anisotrópico quando a polarização for ao longo de uma direção não paralela ao campo elétrico ou quando a magnetização for ao longo de uma direção não paralela ao campo intensidade magnética.

Para um meio não condutor, linear, homogêneo e isotrópico,

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} \\ &= \mathbf{E} + 4\pi\chi_e\mathbf{E} \\ &= (1 + 4\pi\chi_e)\,\mathbf{E} \\ &= \varepsilon\mathbf{E},\end{aligned}$$

onde definimos a permissividade elétrica do meio como

$$\varepsilon \equiv 1 + 4\pi\chi_e,$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M} \\ &= \mathbf{B} - 4\pi\chi_m\mathbf{H},\end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \mathbf{H} + 4\pi\chi_m\mathbf{H} \\ &= (1 + 4\pi\chi_m)\,\mathbf{H} \\ &= \mu\mathbf{H},\end{aligned}$$

onde definimos a permeabilidade magnética do meio como

$$\mu \equiv 1 + 4\pi\chi_m.$$

Substituindo

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$$

e

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$$

nas equações de Maxwell macroscópicas acima, obtemos

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\varepsilon\mathbf{E}) = 4\pi\rho,$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B} = 0,$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

e

$$\boldsymbol{\nabla}\times\left(\frac{\mathbf{B}}{\mu}\right) = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial\,(\varepsilon\mathbf{E})}{\partial t},$$

que, como estamos supondo ε e μ constantes na região do meio, também podem ser escritas como

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E} = 4\pi \frac{\rho}{\varepsilon},$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

e

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = \frac{4\pi\mu}{c}\mathbf{J} + \frac{\mu\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$