Reflexão interna total e polarização por reflexão

Ângulo crítico

Agora que temos os resultados para os coeficientes de Fresnell no caso da reflexão e transmissão de ondas planas na interface podemos analisar o que acontece quando $n_1 > n_2$. Nesse caso, da Lei de Snell-Descartes, temos

$$\begin{aligned}\cos\theta_2 &= \sqrt{1-\sin^2\theta_2} \\ &= \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\sin^2\theta_1}.\end{aligned}$$

Como temos liberdade de escolher a direção de propagação da onda incidente, podemos tomar $\theta_1 > \theta_c$, onde θ_c é o chamado ângulo crítico, definido pela expressão

$$1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\sin^2\theta_c = 0,$$

ou seja,

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}.$$

Como estamos supondo $n_1 > n_2$, no caso em que $\theta_1 > \theta_c$ temos

$$1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\sin^2\theta_1 < 1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\sin^2\theta_c,$$

ou seja,

$$\cos^2\theta_2 < 0.$$

Como

$$\mathbf{k}_2 = \hat{\mathbf{z}}k_2\cos\theta_2 + \hat{\mathbf{x}}k_2\sin\theta_2,$$

segue que a solução para a onda transmitida adquire uma parte imaginária no vetor de onda, ao longo da direção $\hat{\mathbf{z}}$. Isso implica em uma onda transmitida que se propaga apenas ao longo do eixo x, mas evanesce ao longo do eixo z.

Ângulo de Brewster

Considerando $n_2 > n_1$, podemos perguntar: quando a luz é refletida de uma superfície, uma de suas componentes de polarização pode ser suprimida para algum ângulo de incidência? Para responder a essa pergunta, primeiro consideramos impor que

$$r_{12s} = 0,$$

ou seja,

$$\frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = 0.$$

Assim,

$$\cos\theta_1 = \frac{n_2}{n_1}\cos\theta_2$$

e, portanto,

$$1-\sin^2\theta_1 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\sin^2\theta_2.$$

Usando a Lei de Snell-Descartes, obtemos

$$1 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2.$$

Como estamos supondo $n_2 > n_1$, vemos que a reflexão da onda com polarização do campo elétrico perpendicular ao plano de incidência não pode ser eliminada com a escolha de um ângulo de incidência especial.

Já para a polarização do campo elétrico paralela ao plano de incidência, vemos que quando a incidência ocorre com o ângulo de Brewster, definido por

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1},$$

temos

$$\begin{aligned}\cos\theta_2 &= \sqrt{1-\mathrm{sen}^2\theta_2}\\ &= \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\mathrm{sen}^2\theta_B}\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\begin{aligned}\cos\theta_2 &= \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cos^2\theta_B}\\ &= \sqrt{1-\cos^2\theta_B}\\ &= \mathrm{sen}\theta_B.\end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned}r_{12p} &= \frac{n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_B}{n_2\cos\theta_B + n_1\cos\theta_2}\\ &= \frac{n_1\mathrm{sen}\theta_B - n_2\cos\theta_B}{n_2\cos\theta_B + n_1\cos\theta_2}.\end{aligned}$$

Mas, da definição do ângulo de Brewster, acima, obtemos

$$\mathrm{sen}^2\theta_B = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\cos^2\theta_B,$$

isto é,

$$\mathrm{sen}^2\theta_B = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\left(1-\mathrm{sen}^2\theta_B\right),$$

ou seja,

$$\left[1+\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]\mathrm{sen}^2\theta_B = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2,$$

ou ainda,

$$\mathrm{sen}\theta_B = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}}.$$

Também obtemos

$$\cos\theta_B = \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned}r_{12p} &= \frac{n_1\mathrm{sen}\theta_B - n_2\cos\theta_B}{n_2\cos\theta_B + n_1\cos\theta_2}\\ &= \frac{1}{n_2\cos\theta_B + n_1\cos\theta_2}\left(n_1\frac{n_2}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}} - n_2\frac{n_1}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}}\right)\\ &= 0.\end{aligned}$$

Assim, a incidência de luz não polarizada, fazendo o ângulo de Brewster com a normal à interface entre os meios dielétricos, resulta em luz refletida polarizada com o campo elétrico perpendicular ao plano de incidência.